

誕生日が同じ

西山豊

確率の講義をするときはいつも誕生日の話題を入れることにしている。クラスの中に誕生日が同じという学生がいるだろうか。もちろん、この話題は高校数学の確率の授業で取り入れられることもあるが、文系大学生は受験で数学をパスしているためか、意外と知られていないので私は好んで取り上げることにしている。

この話題で確率の実験をする時は、受講している学生の数が問題となる。私は講義室に入ると受講生の数をざっと計算しておく。そして、23人をはるかに超えていれば自信をもって実験に着手することができる。「このクラスには約40名の学生が受講しているが、この中で誕生日が同じ学生がいるだろうか。皆に予測を立ててもらい、実験してみよう」予測は単純で「いる」か「いない」かのどちらかである。

1 クラスは約40人である。1年は365日として、ほとんどの学生は「いない」の方に予測する。その理由は1年は365日でクラスの人気数は40人だから誕生日が重なる確率は365分の40とし、約1割と計算する。クラスの人気数が366人になったとき始めて誕生日が同じものが「いる」ことになり40人くらいでは「いない」と判断する。この確率(約1割)は自分と同じ誕生日の学生がいる確率であり、問題を間違えやすい。

パソコンが普及する20年ほど前は、一人ずつ誕生日を言わせて、クラス全員が言い終わった後、同じ誕生日だったものは手を挙げなさい、ということにしていたが、40人ともなると聞き間違いということもあるので、最近ではパソコンを利用して、各自の誕生日をメールで送ってもらい、それを表計算ソフトで集計することになっている。集計過程

をモニターに映して学生に見せると、皆が予想した「いない」ではなく「いる」に結果が傾くことに教室がざわめく。同じ誕生日の学生が2組もいて学生は不思議に思う。

そこで私は、余事象による確率の説明を行う。クラス40人全員の誕生日がすべて違う確率を計算し、その余事象を求めると誕生日が同じ学生が「いる」確率となる。1年を365日とする。1人目が選べる誕生日の確率は365日の中の365日であるから365分の365、2人目が選べる誕生日は365日の中から1日のぞいた364日であるから、確率は365分の364、…、40人目が選べる誕生日の確率は365分の326となり、これら40個の確率を掛け合わせると0.109となる。この確率の余事象0.891が同じ誕生日の学生が「いる」確率である。2人目から40人目の個別の確率は0.997~0.893と1に近いが、これらを掛け合わせると0.109となるところが意外である。

クラスの人気数をn人として、「いる」確率を計算し、確率が0.5を超える分岐点を探してみると、n=23という数値がもとまる。クラスの人気数が23人以上であれば、誕生日が同じものが「いる」確率が半分を超えるのである。23人といえば365日に対して1割もない数である。余事象の考え方は非常に有効である。「誕生日がすべて違う」の否定は、「すくなくともひと組の誕生日が同じ」である。「必ずしも～でない」と「すくなくとも～である」の関係は英語では、not alwaysとat leastのそれである。

40人で実験すると誕生日が同じは2組あり、そのうちの1組が隣の席に座っていた。数年前に60人で実験すると3組あり、そのうちの1組は隣の席に座っていた。席が隣り合わせるとするのはそれほど珍しくなさそうだ。

(にしやまゆたか/大阪経済大学)